

[This question paper contains 28 printed pages.]

Your Roll No.....

Sr. No. of Question Paper : 516 **H**

Unique Paper Code : 22411402

Name of the Paper : Business Mathematics

Name of the Course : B.Com (H) – Core

Semester : IV (CBCS)

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt **all** questions.
3. Parts of a question is to be attempted together.
4. Marks are indicated against each question.
5. Use of Simple Calculator is allowed.
6. Mathematical tables and graph shall be provided on demand.
7. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

P.T.O.

छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए ।
2. सभी प्रश्न कीजिए ।
3. प्रश्न के भागों को एक साथ कीजिए ।
4. प्रत्येक प्रश्न के सामने अंक अंकित हैं ।
5. साधारण कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है ।
6. गणितीय तालिकाएं और ग्राफ मांग पर उपलब्ध कराए जाएंगे ।
7. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

1. (a) A manufacturer is engaged in the production of three products A, B and C, which are sold in three different markets I, II and III. The annual sales (in units) of these products in these markets are tabulated below :

Annual Sales (units)

Markets	Products		
	A	B	C
I	12,000	5,000	10,000
II	8,000	17,000	6,000
III	5,000	22,000	9,000

You are required to calculate :

(i) The total revenue from each market, if these products are sold at ₹45, ₹25 and ₹35 respectively.

(ii) The gross profit from each market, if the cost of producing these products is ₹36, ₹19 and ₹27 respectively. (6)

OR

(b) Gambhir Fan Ltd. manufactures three models of ceiling fans. The material, labour and finishing costs for manufacturing a fan are given in the table below :

Model	Cost (₹)		
	Material	Labour	Finishing
A	200	500	100
B	100	200	300
C	300	200	300

In a particular week, an amount of ₹1,80,000, ₹140,000 and ₹1,20,000 is used for labour, finishing and materials respectively. How many of each model of ceiling fan should be produced to use exactly each of these allocations? (6)

- (c) Two companies A and B are holding shares in each other. A is holding 20% shares of B and B is holding 10% shares of A. If the separately earned profits of the two companies are ₹98,000 and ₹49,000 respectively, find out the total profits of each company using matrices.

Also show that the total of profits allocated to outside shareholders is equal to the total of separately earned profits. (6)

OR

- (d) A two-industry input-output relationships are given below :

Industry	Consumption		Final Demand
	I	II	
I	16	20	4
II	8	40	32
Labour (days)	80	120	

Using matrix notations, determine :

- (i) Gross output required to satisfy the new final demands of 18 units and 44 units for industry I and II respectively.

(ii) Total labour days required.

(iii) Equilibrium prices if the wage rate is ₹40 per labour day. (6)

2. (a) The marginal cost function of a product is $MC(X) = 2X + 5$. Find the corresponding total and average cost functions when total cost of 5 units is ₹86. Also find the level of output where per unit cost is minimum and the minimized cost. (6)

OR

(b) At time $n = 0$, the annual world use of oil was 120 trillion of barrels. The annual consumption of oil is increasing at the rate of 1% continuously. Assuming the rate remain the same in future:

(i) How many trillions of barrels will be consumed in the next 10 years from $n = 0$?

(ii) How long will it take to consume all the available oil if the world reserves are of 1,08,000 trillion of barrels in the beginning (assume that no new exploration is available)? (6)

(c) A firm produces two items X_1 and X_2 . The market prices are given by: $p_1 = 100 - 2x_1$ and $p_2 = 125 - 3x_2$. The cost of production is $12x_1 + 11x_2 + 4x_1x_2$, for producing x_1 and x_2 units. How many units of each item should be produced to have maximum joint profit? Find the optimal prices that monopolist charges to maximize profit. Determine the revenue, cost and profit for the optimal level of prices and quantities for the two items. (6)

OR

(d) The joint demand functions of two products are $x_1 = 2p_1^{-0.6} p_2^{0.8}$ and $x_2 = 3p_1^{0.7} p_2^{-0.5}$, where x_1 and x_2 are the units demanded of the two products when their prices are ₹ p_1 and ₹ p_2 per unit respectively. Determine :

(i) Four price elasticities.

(ii) Percentage change in the quantity demanded of both products when:

(a) p_1 increases by 2% from the existing level.

(b) p_2 decreases by 2% from the existing level. (6)

(e) A monopolist discriminates prices between two markets and the average revenue function for the two markets are $AR_1 = 53 - 4Q_1$ and $AR_2 = 29 - 3Q_2$ and his total cost function is $C = 20 + 5Q$. Find the profit maximising outputs and prices in the two markets. (6)

OR

(f) A manufacturer's production is given by the function $f(x, y) = 100x^{3/4}y^{1/4}$, where x represents the units of labour and y represents the units of capital. Each labour unit costs 150 and each capital unit costs 250. The total expenses for labour and capital cannot exceed 50,000. Find the maximum production level. (6)

3. (a) A monopolist has the demand function $p = 7.2 - 0.2x$ and cost function $C = 1.5 - 4x + 1.2x^2$. If a tax of t per unit is imposed, find the output and price that correspond to the maximum profit.

Also, determine the tax rate that maximizes the tax revenue. (6)

OR

(b) A factory follows an economic order quantity system for maintaining stocks of one of its component requirements. The annual demand is 24,000 units, the cost of placing order is ₹300, and the component cost is ₹60 per unit. The factory has imputed 24% as the inventory carrying rate. Determine :

(i) Economic Order Quantity using Calculus.

(ii) Total cost.

(iii) Optimal interval for placing orders, assuming a year is equivalent to 360 days.

(6)

(c) The supply of a product is $x = a\sqrt{p-b}$ where p and x are the price and quantity, a and b are arbitrary constants. Find restrictions on a and b , if any. Also, find price elasticity of supply in terms of p and show that it decreases with increase in price and it is unity at $p = 2b$.

(6)

OR

(d) Using calculus show that total cost function $TC(x) = a(x - 5)^3 + b$ is an increasing function and changes from concavity to convexity with a point of inflexion. (6)

4. Attempt any three : (3×5)

(a) At three-month intervals, Mr. Sharma deposited ₹1000 in a savings account which credits interest at 12% per annum compounded quarterly. The first deposit was made when his daughter was born and the last deposit was made when his daughter turned 12 years old. The money remained in the account, compounded quarterly and was presented to the daughter on her 15th birthday. How much did she receive?

(b) A delivery vehicle costing ₹500,000 will depreciate to a scrap value of ₹50,000 in 5 years. Compute the book value of the vehicle at the end of third year if :

(i) reducing balance method of depreciation is used.

(ii) straight-line method of depreciation is used.

- (c) The sums of ₹5,000, ₹8,000 and ₹12,000 are due at the end of 2, 5, and 9 years respectively. If the rate of interest is 9% per annum effective, find the year at the end of which a payment of ₹25,044 may be made to settle all the dues.
- (d) Harshdeep purchased a house for ₹50,00,000 and has arranged 80% loan from a bank for this purpose at 12% p.a. He proposes to repay the loan in 12 years by quarterly compounded instalment. Calculate :
- the amount of instalment.
 - total interest paid during the first three years.
- (e) How much money should Mrs. Roy deposit with the bank so that she receives ₹35,000 after 3 years and another ₹45,000 after 5 from the date of deposit, if the rate of interest is 10% p.a.
5. (a) Two material A and B are required to construct tables and book cases. For one table 12 units of A and 16 units of B are needed while for a book case, 16 units of A and 8 units of B are required. The profit on a book case is ₹25 and ₹20 on a

table, 100 units of material A and 80 units of B are available. How many book cases and table be produced to have maximum profit? Formulate the above as a linear programming problem and solve. (12)

OR

(b) A firm produces three products A, B, C using three resources (material, machine hours and labour hours). The manager of the firm wants to find out the best production strategy. By using Simplex technique, the following solution was obtained.

$C_j \rightarrow$	2	10	8	0	0	0	Quantity
BV	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	(b_i)
X_2	$3/5$	1	$2/5$	$1/5$	0	0	120
S_2	$8/5$	0	$12/5$	$-4/5$	1	0	240
S_3	$-2/5$	0	$17/5$	$-4/5$	0	1	320

(i) Do you agree that this is the best production strategy? If not, improve the solution to get the best production strategy and indicate how much quantity of each product should be produced?

- (ii) Are all the three products produced? If not, why?
- (iii) Are all the three resources completely used? If not, how much of which resource is unused?
- (iv) Can there be an alternative product mix which gives the same total contribution?
- (v) What is the marginal worth of the resources?
- (vi) What happens if 34 labour hours are lost due to some mechanical problem? (12)

(c) Write dual of the following LPP :

$$\text{Maximize } Z = 5x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 7x_4$$

Subject to constraints :

$$x_1 + 5x_2 + 14x_4 \leq 25$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 54$$

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 60$$

$$x_2, x_3, x_4 \geq 0 \text{ and } x_1: \text{ unrestricted}$$

OR

(d) An electronics company produces three types of spare parts for gym machines. The company buys castings of the spare parts from a local foundry and then finishes the spare part on drilling, shaping and polishing machines. The selling prices of parts A, B, and C respectively are ₹160, ₹200 and ₹280. Castings for parts A, B and C respectively cost ₹100, ₹120 and ₹200. The shop possesses only one of each type of machine. Cost per hour to run each of the three machines is ₹400 for drilling, ₹600 for shaping and ₹600 for polishing. The capacities in terms of parts per hour for each part processed on each machine are shown in the following table :

Machine	Capacity (per hour)		
	A	B	C
Drilling	25	40	25
Shaping	25	20	20
Polishing	40	30	40

The management of the company wants to know how many parts of each type it should produce per hour in order to maximize profit for one hour run of the machines. Formulate this problem as a Linear Programming Problem. **DO NOT SOLVE IT.**

(6)

- 1 (क) एक निर्माता तीन उत्पादों A, B और C का उत्पादन कर रहा है, जो तीन अलग-अलग बाजारों I, II और III में बेचे जाते हैं। इन बाजारों में इन उत्पादों की वार्षिक बिक्री (इकाइयों में) नीचे सारणीबद्ध है :

वार्षिक बिक्री (इकाइयाँ)

बाजार	उत्पाद		
	A	B	B
I	12,000	5,000	10,000
II	8,000	17,000	6,000
III	5,000	22,000	9,000

आप गणना कीजिए :

- (i) प्रत्येक बाजार से कुल राजस्व, यदि इन उत्पादों को क्रमशः ₹45, ₹25 और ₹35 पर बेचा जाता है।

(ii) प्रत्येक बाजार से सकल लाभ, यदि इन उत्पादों के उत्पादन की लागत क्रमशः ₹36, ₹19 और ₹27 है। (6)

या

(ख) गंभीर फैन लिमिटेड सीलिंग फैन के तीन मॉडल बनाती है। पंखे के निर्माण के लिए सामग्री, श्रम और परिष्करण लागत निम्नांकित तालिका में दी गई है :

मॉडल	लागत (₹)		
	सामग्री	श्रम	परिष्करण
A	200	500	100
B	100	200	300
C	300	200	300

किसी विशेष सप्ताह में, श्रम, परिष्करण और सामग्री के लिए क्रमशः ₹1,80,000, ₹140,000 और ₹1,20,000 की राशि का उपयोग किया जाता है। इनमें से प्रत्येक आवंटन का पूर्णतः उपयोग करने के लिए सीलिंग फैन के प्रत्येक मॉडल का कितना उत्पादन किया जाना चाहिए? (6)

(ग) दो कंपनियाँ A और B एक दूसरे की शेयरधारक हैं। A के पास B के 20% शेयर हैं और B के पास A के 10% शेयर हैं। यदि दोनों कंपनियों का अलग-अलग अर्जित लाभ क्रमशः ₹98,000 और ₹49,000 है तो मैट्रिसेस का उपयोग करके प्रत्येक कंपनी का कुल लाभ ज्ञात कीजिए।

यह भी दिखाएँ कि बाहरी शेयरधारकों को आवंटित लाभ का कुल योग, अलग से अर्जित लाभ के बराबर है। (6)

या

(घ) द्वि-उद्योग इनपुट-आउटपुट संबंध नीचे दिए गए हैं :

उद्योग	खपत		अंतिम मांग
	I	II	
I	16	20	4
II	8	40	32
श्रम (दिवस)	80	120	

मैट्रिक्स नोटेशन का उपयोग करके, निर्धारण कीजिए :

(i) उद्योग I और II के लिए क्रमशः 18 इकाइयों और 44 इकाइयों की नई अंतिम मांगों को पूरा करने के लिए आवश्यक सकल उत्पादन।

(ii) आवश्यक कुल श्रम दिवस।

(iii) संतुलन कीमतें, यदि मजदूरी दर ₹40 प्रति श्रम दिवस है। (6)

2. (क) किसी उत्पाद का सीमांत लागत फलन $MC(X) = 2X + 5$ है। जब 5 इकाइयों की कुल लागत ₹86 है तो संबंधित कुल और औसत लागत फलन ज्ञात कीजिए। आउटपुट का वह स्तर भी ज्ञात कीजिए जहां प्रति इकाई लागत न्यूनतम और न्यूनीकृत लागत है। (6)

या

(ख) समय $t = 0$ पर, तेल का वार्षिक विश्व उपयोग 120 ट्रिलियन बैरल था। तेल की वार्षिक खपत लगातार 1% की दर से बढ़ रही है। यह मानते हुए कि भविष्य में दर समान रहेगी :

- (i) $n = 0$ से अगले 10 वर्षों में कितने ट्रिलियन बैरल की खपत होगी?
- (ii) यदि आरंभ में विश्व भंडार 1,08,000 ट्रिलियन बैरल का है (मान लीजिए कि कोई नवीन अन्वेषण नहीं हुआ है) तो सम्पूर्ण उपलब्ध तेल का उपभोग करने में कितना समय लगेगा? (6)
- (ग) एक फर्म दो वस्तुएँ X_1 और X_2 निर्मित करती हैं। बाजार कीमतें इस प्रकार दी गई हैं: $p_1 = 100 - 2x_1$ और $p_2 = 125 - 3x_2$ । x_1 और x_2 इकाइयों के उत्पादन के लिए उत्पादन लागत $12x_1 + 11x_2 + 4x_1x_2$ है। अधिकतम संयुक्त लाभ प्राप्त करने के लिए प्रत्येक वस्तु की कितनी इकाइयों का उत्पादन किया जाना चाहिए? अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए एकाधिकारी द्वारा वसूले जाने वाले इष्टतम मूल्य ज्ञात कीजिए। दो वस्तुओं के लिए कीमतों और मात्रा के इष्टतम स्तर हेतु राजस्व, लागत और लाभ निर्धारित कीजिए। (6)

(घ) दो उत्पादों के संयुक्त मांग फलन $x_1 = 2p_1^{-0.6} p_2^{0.8}$ और $x_2 = 3p_1^{0.7} p_2^{-0.5}$ हैं, जहां x_1 और x_2 दो उत्पादों की मांग की गई इकाइयाँ हैं जब उनकी कीमतें क्रमशः ₹ p_1 और ₹ p_2 प्रति यूनिट हैं। निर्धारित कीजिए :

(i) चार मूल्य प्रत्यास्थता।

(ii) दोनों उत्पादों की मांग की मात्रा में प्रतिशत परिवर्तन जब :

(क) p_1 मौजूदा स्तर से 2% बढ़ जाता है।

(ख) p_2 मौजूदा स्तर से 2% कम हो जाता है

(6)

(ङ) एक एकाधिकारवादी दो बाजारों के बीच कीमतों में अंतर करता है और दोनों बाजारों के लिए औसत राजस्व फंक्शन $AR_1 = 53 - 4Q_1$ और $AR_2 = 29 - 3Q_2$ है और उसका कुल लागत फंक्शन $C = 20 + 5Q$ है। दोनों बाजारों में लाभ अधिकतम करने वाले आउटपुट और कीमतें ज्ञात कीजिए।

(6)

(च) एक निर्माता का उत्पादन $f(x, y) = 100x^{3/4}y^{1/4}$ फलन द्वारा दिया जाता है, जहां x श्रम की इकाइयों और y पूंजी की इकाइयों को दर्शाता है। प्रत्येक श्रम इकाई की लागत 150 और प्रत्येक पूंजी इकाई की लागत 250 है। श्रम और पूंजी का कुल व्यय 50,000 से अधिक नहीं हो सकता। अधिकतम उत्पादन स्तर ज्ञात कीजिए।

(6)

3 (क) एक एकाधिकारवादी का मांग फलन $p = 7.2 - 0.2x$ और लागत फलन $C = 15 - 4x + 1.2x^2$ है। यदि प्रति इकाई t का कर लगाया जाता है, तो अधिकतम लाभ के अनुरूप उत्पादन और कीमत ज्ञात कीजिए।

साथ ही, वह कर दर निर्धारित कीजिए जो कर राजस्व को अधिकतम करे।

(6)

या

(ख) एक कारखाना अपनी घटक आवश्यकताओं में से एक के स्टॉक को बनाए रखने के लिए एक आर्थिक आदेश मात्रा प्रणाली का पालन करता है। वार्षिक मांग 24,000 यूनिट है, ऑर्डर देने की

लागत ₹300 है और घटक लागत ₹60 प्रति यूनिट है। फैक्ट्री ने इन्वेंट्री कैरिंग रेट के रूप में 24% लगाया है। निर्धारण कीजिए :

(i) कैलकुलस के उपयोग द्वारा आर्थिक आदेश मात्रा।

(ii) कुल लागत।

(iii) ऑर्डर देने के लिए इष्टतम अंतराल, यह मानते हुए कि एक वर्ष 360 दिनों के बराबर है। (6)

(ग) किसी उत्पाद की आपूर्ति $x = a\sqrt{p-b}$ है जहां p और x कीमत और मात्रा हैं, a और b स्वैक्षिक स्थिरांक हैं। a और b पर सीमा, यदि कोई हो, का पता लगाइए। इसके अलावा, p के संदर्भ में आपूर्ति की कीमत लोच का पता लगाएं और दिखाएं कि यह कीमत में वृद्धि के साथ घटती है और यह $p = 2b$ पर इकाई है। (6)

- (घ) कैलकुलस का उपयोग करके दिखाइए कि कुल लागत फलन $TC(x) = a(x - 5)^3 + b$ एक वृद्धिशील फलन है और एक मोड़ के बिंदु के साथ अवतलता से उत्तलता में परिवर्तित होता है। (6)

4. किन्हीं तीन प्रश्नों को हल कीजिए : (3×5)

- (क) तीन महीने के अंतराल पर, श्री शर्मा ने बचत खाते में ₹1000 जमा किए, जिसमें त्रैमासिक चक्रवृद्धि 12% प्रति वर्ष की दर से ब्याज जमा होता है। पहली जमा तब की गई जब उनकी बेटी का जन्म हुआ और आखिरी जमा तब किया गया जब उनकी बेटी 12 वर्ष की हो गई। पैसा खाते में रहा, तिमाही आधार पर चक्रवृद्धि ब्याज अर्जित किया और बेटी को उसके 15वें जन्मदिन पर भेंट किया गया। उसे कितनी राशि प्राप्त हुई?

- (ख) ₹500,000 की लागत वाले एक डिलीवरी वाहन का स्क्रेप मूल्य 5 वर्षों में ₹50,000 हो जाएगा। तीसरे वर्ष के अंत में वाहन के बुक वैल्यू की गणना करें यदि :

(i) मूल्यहास की कम करने वाली संतुलन विधि का उपयोग किया जाता है।

(ii) मूल्यहास की सीधी-रेखा विधि का उपयोग किया जाता है।

(ग) ₹5,000, ₹8,000 और ₹12,000 की राशि क्रमशः 2, 5 और 9 वर्ष के अंत में देय होगी। यदि ब्याज दर 9% प्रति वर्ष प्रभावी है, तो वह वर्ष ज्ञात कीजिए जिसके अंत में सभी बकाया राशि का भुगतान करने के लिए ₹25,044 का भुगतान किया जा सकता है।

(घ) हर्षदीप ने ₹50,00,000 में एक घर खरीदा और इस उद्देश्य के लिए एक बैंक से 12% प्रति वर्ष की दर पर 80% ऋण लिया। उन्होंने त्रैमासिक चक्रवृद्धि किस्त द्वारा 12 वर्षों में ऋण पुनर्भुगतान का प्रस्ताव रखा है। गणना कीजिए :

(i) किस्त की राशि

(ii) पहले तीन वर्षों के दौरान भुगतान किया गया कुल ब्याज।

- (ड) श्रीमती रॉय को बैंक में कितना पैसा जमा करना चाहिए ताकि उन्हें 3 साल बाद ₹35,000 और जमा की तिथि से 5 वर्ष बाद अन्य ₹45,000 प्राप्त हों, यदि ब्याज दर 10% प्रति वर्ष है।
5. (क) टेबल और बुक केस बनाने के लिए दो सामग्री A और B की आवश्यकता होती है। एक टेबल के लिए A की 12 इकाइयाँ और B की 16 इकाइयों की आवश्यकता होती है, जबकि एक बुक केस के लिए A की 16 इकाइयाँ और B की 8 इकाइयों की आवश्यकता होती है। एक बुक केस पर लाभ ₹25 और एक टेबल पर ₹20 है। सामग्री A की 100 इकाइयाँ और B की 80 इकाइयाँ उपलब्ध हैं। अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए कितने बुक केस और टेबल का उत्पादन किया जाना चाहिए? उपरोक्त को एक रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के रूप में तैयार कीजिए और हल कीजिए।

(12)